Fiche 9-5 (30 minutes)

Les rubans de Pascal

Un **ruban de Pascal** sert à déterminer si un nombre entier *N* est divisible par un autre entier *A*.

Même les plus jeunes savent reconnaître si un nombre est divisible par 3 sans calculatrice : il suffit d'additionner les chiffres de l'entier considéré, quitte à recommencer plusieurs fois. En effet, cette somme doit être aussi divisible par 3. Par exemple : est-ce que 427'236 est divisible par 3 ? 4+2+7+2+3+6 = 24 = 3x8. Donc oui, 427'236 est divisible par 3, puisque 24 l'est.
Malheureusement, cette technique simple ne marche pas avec tous les diviseurs.

Blaise **Pascal** (1623-1662) a proposé sa méthode des rubans dans *De numeribus multiplicibus*, un petit traité d'une dizaine de pages écrit en latin en 1654, mais qui n'a été publié qu'en 1665 à titre posthume.

Construction d'un ruban

Un ruban de Pascal ressemble à ceci :

...	G	F	E	D	C	B	1

Remarquez que ce ruban se construit de droite à gauche.
Notons A le diviseur qui nous intéresse. La valeur du nombre B s'obtient comme suit :

1. multiplier par 10 la valeur située immédiatement à sa droite ;
2. B est le reste de la division de ce nombre par A.

On fait de même avec C, D, etc., jusqu'à obtenir une répétition.

Exemple : cherchons le ruban quand A = 7.

Vous pouvez vérifier que l'on obtient ce ruban :

...	1	5	4	6	2	3	1

Cette suite de chiffres se répétera autant qu'on veut sur la gauche.

Utilisation du ruban

Est-ce que 287'542'178 est un multiple de 7 ? Pour le savoir, on va utiliser le ruban ci-dessus ainsi :

2	3	1	5	4	6	2	3	1
2	8	7	5	4	2	1	7	8

On calcule 2x2 + 8x3 + 7x1 + 5x5 + 4x4 + 2x6 + 1x2 + 7x3 + 8x1 = 119.
Si 119 est divisible par 7, alors 287'542'178 l'est aussi.
Pour savoir si 119 est divisible par 7, on peut recommencer l'opération :

2	3	1
1	1	9

1x2 + 1x3 + 9x1 = 14, qui est un multiple de 7. Donc 287'542'178 est aussi un multiple de 7.

Exercices

Construisez les rubans pour A = 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13 et 37.

Répondez ensuite aux questions suivantes (sans calculatrice évidemment) :

- 58'932 est-il divisible par 9 ?
- 4'531'824 est-il divisible par 11 ?
- 1'328'824 est-il divisible par 13 ?
- 19'061'623 est-il divisible par 37 ?

Références

- « Un cadeau bien enrubanné », Fabien Aoustin, Tangente Hors-série 85, pp. 10-12
- DE NUMERIS MULTIPLICIBUS, Blaise Pascal, 1654