

Test de Kolmogorov-Smirnov

$$\mathbb{P}\{\|F - F_n^*\|_\infty \leq D_n\} = p$$

(F est une fonction de répartition continue et F^* la fonction de répartition observée.)

p=	0,80	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	=p
n								n
1	0,900000	0,950000	0,975000	0,987500	0,990000	0,995000	0,997500	1
2	0,683772	0,776393	0,841886	0,888197	0,900000	0,929289	0,950000	2
3	0,564810	0,636045	0,707598	0,767921	0,784557	0,829002	0,864279	3
4	0,492653	0,565216	0,623939	0,673881	0,68887	0,734238	0,776393	4
5	0,44698	0,509449	0,563275	0,612618	0,62718	0,668531	0,705431	5
6	0,410373	0,467993	0,519262	0,564043	0,577407	0,616607	0,652865	6
7	0,381476	0,436069	0,483424	0,525645	0,53844	0,575812	0,609753	7
8	0,358313	0,409623	0,454267	0,494464	0,506543	0,541793	0,574291	8
9	0,339102	0,387464	0,430011	0,468114	0,479596	0,513317	0,544431	9
10	0,322602	0,368663	0,409246	0,445617	0,456624	0,488932	0,518725	10
11	0,308292	0,352421	0,391224	0,426139	0,436703	0,467702	0,496386	11
12	0,295770	0,338151	0,375430	0,409019	0,419178	0,449045	0,476715	12
13	0,284698	0,325490	0,361432	0,393816	0,403621	0,432473	0,459212	13
14	0,274807	0,314170	0,348901	0,380207	0,389695	0,417616	0,443516	14
15	0,265886	0,303973	0,337596	0,367931	0,377127	0,404199	0,429336	15
16	0,257784	0,294720	0,327334	0,356780	0,365709	0,392007	0,416439	16
17	0,250387	0,286269	0,317963	0,346592	0,355275	0,380862	0,404643	17
18	0,243601	0,278511	0,309360	0,337235	0,345693	0,370622	0,393802	18
19	0,237346	0,271357	0,301425	0,328603	0,336852	0,361170	0,383792	19
20	0,231555	0,264734	0,294076	0,320607	0,328661	0,352411	0,374513	20
21	0,226173	0,258577	0,287243	0,313171	0,321044	0,344263	0,365878	21
22	0,221153	0,252835	0,280869	0,306233	0,313936	0,336659	0,357818	22
23	0,216455	0,247462	0,274905	0,299740	0,307283	0,329540	0,350270	23
24	0,212048	0,242420	0,269308	0,293645	0,301039	0,322857	0,343184	24
25	0,207902	0,237677	0,264042	0,287911	0,295163	0,316567	0,336512	25
26	0,203992	0,233205	0,259075	0,282502	0,289621	0,310633	0,330217	26
27	0,200297	0,228977	0,254381	0,277389	0,284381	0,305022	0,324265	27
28	0,196798	0,224974	0,249934	0,272545	0,279417	0,299707	0,318625	28
29	0,193478	0,221175	0,245715	0,267948	0,274706	0,294661	0,313270	29
30	0,190321	0,217563	0,241704	0,263578	0,270227	0,289864	0,308178	30
31	0,187316	0,214125	0,237884	0,259416	0,265962	0,285295	0,303328	31
32	0,184450	0,210845	0,234241	0,255446	0,261893	0,280936	0,298701	32
33	0,181712	0,207713	0,230762	0,251654	0,258007	0,276772	0,294280	33
34	0,179094	0,204718	0,227434	0,248027	0,254290	0,272789	0,290051	34
35	0,176587	0,201849	0,224247	0,244554	0,250730	0,268974	0,286000	35
36	0,174183	0,199098	0,221191	0,241223	0,247316	0,265315	0,282115	36
37	0,171876	0,196458	0,218258	0,238026	0,244038	0,261803	0,278384	37
38	0,169659	0,193921	0,215439	0,234953	0,240889	0,258427	0,274799	38
39	0,167526	0,191480	0,212727	0,231997	0,237858	0,255179	0,271349	39
40	0,165472	0,189130	0,210115	0,229150	0,234940	0,252051	0,268027	40
41	0,163492	0,186865	0,207599	0,226406	0,232128	0,249036	0,264824	41
42	0,161582	0,184680	0,205171	0,223759	0,229414	0,246127	0,261734	42
43	0,159739	0,182570	0,202826	0,221203	0,226794	0,243319	0,258750	43
44	0,157957	0,180532	0,200561	0,218733	0,224263	0,240604	0,255866	44
45	0,156234	0,178560	0,198370	0,216345	0,221814	0,237979	0,253077	45
46	0,154567	0,176653	0,196251	0,214033	0,219445	0,235439	0,250378	46
47	0,152952	0,174805	0,194198	0,211795	0,217150	0,232978	0,247763	47
48	0,151388	0,173015	0,192208	0,209625	0,214926	0,230594	0,245229	48
49	0,14987	0,1712790	0,190279	0,207522	0,212769	0,228281	0,242772	49
50	0,148398	0,169594	0,188407	0,205480	0,210677	0,226037	0,240387	50
p=	0,80	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	=p

p=	0,80	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	=p
n								n
51	0,146969	0,167959	0,186589	0,203498	0,208645	0,223858	0,238072	51
52	0,145580	0,166370	0,184824	0,201573	0,206671	0,221742	0,235823	52
53	0,144231	0,164826	0,183107	0,199702	0,204752	0,219684	0,233636	53
54	0,142918	0,163324	0,181439	0,197881	0,202886	0,217683	0,231509	54
55	0,141641	0,161863	0,179815	0,196111	0,201071	0,215736	0,229440	55
56	0,140398	0,160441	0,178234	0,194387	0,199303	0,213840	0,227425	56
57	0,139187	0,159055	0,176694	0,192707	0,197582	0,211994	0,225463	57
58	0,138007	0,157705	0,175194	0,191071	0,195904	0,210195	0,223550	58
59	0,136857	0,156389	0,173731	0,189476	0,194269	0,208441	0,221686	59
60	0,135735	0,155106	0,172305	0,187921	0,192675	0,206731	0,219868	60
61	0,134641	0,153854	0,170914	0,186403	0,191119	0,205062	0,218094	61
62	0,133572	0,152632	0,169555	0,184922	0,189600	0,203433	0,216363	62
63	0,132529	0,151439	0,168229	0,183476	0,188117	0,201843	0,214672	63
64	0,131511	0,150273	0,166934	0,182063	0,186669	0,200289	0,213020	64
65	0,130515	0,149134	0,165668	0,180682	0,185253	0,198771	0,211406	65
66	0,129542	0,148021	0,164431	0,179333	0,183870	0,197287	0,209829	66
67	0,128591	0,146933	0,163221	0,178013	0,182517	0,195836	0,208286	67
68	0,127660	0,145868	0,162038	0,176723	0,181194	0,194416	0,206777	68
69	0,126749	0,144826	0,16088	0,1754600	0,179899	0,193027	0,205300	69
70	0,125858	0,143806	0,159747	0,174224	0,178632	0,191668	0,203855	70
71	0,124985	0,142808	0,158637	0,173013	0,177391	0,190337	0,202440	71
72	0,124131	0,141830	0,157551	0,171828	0,176176	0,189033	0,201054	72
73	0,123293	0,140873	0,156486	0,170667	0,174985	0,187756	0,199696	73
74	0,122473	0,139934	0,155443	0,169529	0,173819	0,186505	0,198366	74
75	0,121669	0,139014	0,154421	0,168414	0,172675	0,185278	0,197062	75
76	0,120880	0,138112	0,153418	0,167321	0,171554	0,184075	0,195783	76
77	0,120107	0,137228	0,152435	0,166248	0,170455	0,182896	0,194529	77
78	0,119349	0,136360	0,151471	0,165197	0,169376	0,181739	0,193299	78
79	0,118604	0,135509	0,150525	0,164165	0,168318	0,180604	0,192092	79
80	0,117874	0,134673	0,149596	0,163152	0,167280	0,179490	0,190907	80
81	0,117157	0,133853	0,148685	0,162157	0,166260	0,178396	0,189744	81
82	0,116453	0,133048	0,14779	0,161181	0,1652590	0,177322	0,188602	82
83	0,115762	0,132257	0,146911	0,160222	0,164276	0,176268	0,187481	83
84	0,115082	0,131480	0,146047	0,159281	0,163311	0,175232	0,186379	84
85	0,114415	0,130717	0,145199	0,158355	0,162362	0,174214	0,185297	85
86	0,113759	0,129967	0,144365	0,157446	0,161430	0,173213	0,184234	86
87	0,113115	0,129230	0,143546	0,156552	0,160513	0,172230	0,183188	87
88	0,112481	0,128505	0,142741	0,155674	0,159612	0,171264	0,182160	88
89	0,111858	0,127792	0,141949	0,154810	0,158727	0,170313	0,181150	89
90	0,111245	0,127091	0,141170	0,153960	0,157855	0,169379	0,180156	90
91	0,110643	0,126402	0,140403	0,153124	0,156998	0,168459	0,179178	91
92	0,110050	0,125724	0,139650	0,152302	0,156155	0,167555	0,178216	92
93	0,109466	0,125056	0,138908	0,151493	0,155326	0,166665	0,177270	93
94	0,108892	0,124400	0,138178	0,150697	0,154509	0,165789	0,176338	94
95	0,108327	0,123753	0,137459	0,149913	0,153706	0,164926	0,175421	95
96	0,107770	0,123117	0,136752	0,149141	0,152914	0,164077	0,174518	96
97	0,107222	0,122490	0,136055	0,148381	0,152135	0,163242	0,173629	97
98	0,106683	0,121873	0,135369	0,147633	0,151368	0,162418	0,172754	98
99	0,106151	0,121265	0,134694	0,146896	0,150612	0,161607	0,171892	99
100	0,105627	0,120666	0,134028	0,146170	0,149868	0,160809	0,171042	100
n								n
p=	0,80	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	=p

Pour $n \geq 100$, $\mathbb{P}\{\sqrt{n} \cdot \|F - F_n^*\|_\infty \leq A\} = p$

(F est une fonction de répartition continue et F_n^* la fonction de répartition observée.)

p=	0,80	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	=p
A=	1,0727	1,2238	1,3581	1,4802	1,5174	1,6276	1,7308	=A

Comment obtient-on cette table ?

On trouve, dans l'ouvrage de R. Von Mises, intitulé "Mathematical Theory of Probability and Statistics" (édité par Academic Press, New-York & Londres, en 1964) les formules suivantes : (p. 491-492)

$$\mathbb{P}\{D_n \geq \varepsilon\} = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\lfloor n \cdot (1-\varepsilon) \rfloor} C_{n \cdot \varepsilon}^k \cdot \left(\varepsilon + \frac{k}{n}\right)^{k-1} \cdot \left(1 - \varepsilon - \frac{k}{n}\right)^{n-k}$$

(où $\lfloor x \rfloor$ est la partie entière de x) et, lorsque $n \rightarrow +\infty$:

$$\mathbb{P}\{\sqrt{n} \cdot D_n \geq \varepsilon\} \sim 2 \cdot \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^{k-1} \cdot e^{-2 \cdot k^2 \cdot \varepsilon^2}.$$

Ces formules permettent, lorsqu'un écart δ_n est observé à partir d'un échantillon de taille n , de calculer la probabilité d'observer au moins cet écart : $\mathbb{P}\{D_n \geq \delta_n\}$.

Par contre, pour construire la table de quantiles précédentes, il est nécessaire, de résoudre, pour un seuil de risque $\tau \in]0; 1[$ donné, l'équation en ε : $\mathbb{P}\{D_n \geq \varepsilon\} = 1 - \tau$. Ce peut se faire, par exemple par dichotomie. Un programme écrit en un langage de programmation compilé (Fortran, C ou Pascal par exemple) permet alors d'effectuer les calculs en des temps raisonnables.